АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
Vote

Подзадача 1 (6 точки):

Ще пробваме всички възможни множества и за всяко ще видим чие мнение остава накрая. Сложност $O(2^N MN)$.

Подзадача 2 (13 точки):

Ще пробваме отночо всички възможни множества, но преди това ще сме сортирали мненията, , като ги разглеждаме като числа в двоична бройна система (00...00, 00...01, 00..10 ...... 11...11). Тогава движейки се по обектите можем чрез двоично търсене да разберем колко са гласували с 0 и колко с 1 и съответно да преценим кои остават. Сложност $(2^N M \log N)$

Подзадача 3 (58 точки):

Нека сортираме мненията, като ги разглеждаме като числа в двоична бройна система (00...00, 00...01, 00..10 ...... 11...11). Нека сме фиксирали мнението на приятел t и искаме да разберем колко множества S има, такива че мнението на t да бъде зачетено накрая. Нека с
[i][j] да означим броя множества от приятели P, такива че:

- ✓ Броя на приятелите в P е i
- ✓ Всички приятели в P имат едно и също мнение за първите j обекта
- ✓ Ако Алекс разгледа само мненията на приятелите си в P, то финалното мнение ще съвпада смнението на t.
- ✓ Приятел t да бъде в P

Ако имаме k на брой приятели, с мнения, съвпадащи с това на t, вкл. t, то:

$\mathrm{dp}[\mathrm{i}][\mathrm{M}] = \binom{k-1}{i-1}$ за $1 \leq i \leq k$ – единият е t и трябва да изберем още i-1 от останалите k-1

$dp[i][M] = 0$ за $i > k$

За да изчислим dp[i][j] намираме броя мнения w, които съвпадат за първите j обекта, но се различават по j-тия от мнението на фиксирания приятел t получаваме

$$dp[i][j] = \sum_{l=0}^{\min(w, i-l-1)} dp[i-l][j+1] * \binom{w}{l}$$

като може и l да е до $i - l$ ако
фиксираният приятел дава оценка 1 за обект $j + 1$ (тогава гласувалите 1 може да са равни с тези гласували 0)

Отговорът е сумата на dp[i][0] за $1 \leq i \leq N$
Така сложността на решението е $O(N^3M)$ и взима 58 точки.

Подзадача 4 (100 точки):

Ще използваме подобна идея на подзадача 3, като този път ще изчислим отговорите за всички приятели едновременно. Нека сме сортирали отново мненията. Важно наблюдение е, че ако разгледаме така сортирани всички приятели в едно множество, то на всяка стъпка оставащите приятели ще бъдат наредени един до друг. Нека сме фиксирали какви ще бъдат оценките за първите j обекта във финалното мнение и с dp[i][j] да означим броя различни множества P, които можем да изберем, такива че:

- ✓ Взимайки приятелите от P и i на брой приятели с мнения, съвпадащи с финалното за първите j обекта, след j-тата стъпка всички P приятели ще са отпаднали, а тези i на брой ще са останали. Забележете че, на нито един приятел в P не му съвпадат напълно мненията за първите j обекта с финалното мнение.

dp[i][0] = 1 за всяко $1 \leq i \leq N$. Всички приятели с едно и също с фиксираното мнение за първите j обекта са наредени един до друг, когато сме ги сортирали и ще ги отбележим с интервала [l,r]. Тоест всяко едно такова фиксирано мнение за първите j обекта можем да характеризираме с интервал [l,r]. Тогава нека сме фиксирали интервал [l,r] и обект j, до който сме стигнали. Тогава има някаква позиция mid, за която приятелите [l,mid) имат мнение за $j+1_{\text{вия}}$ обект 0, а тези в [mid,r] имат мнение 1. Ще приложим техниката „разделяй и владей“:
Тогава можем да изчислим dp[i][j+1]:

$$dp[i][j+1] = \sum_{k=0}^{\min(i-1, r-mid+1)} dp[i+k][j] * \binom{r - mid + 1}{k},$$

Което ни изчислява dp за предишните фиксирани j обекта и $j+1_{\text{вият}}$ да е 0

След това можем да извикаме функцията рекурсивно, която да приложи същото, като интервалът вече е [l,mid) и фиксираните обекти са първите j+1.

След това можем да изчислим dp[i][j+1]:

$$dp[i][j+1] = \sum_{k=0}^{\min(i\,,mid-l)} dp[i+k][j] * \binom{mid-l}{k}$$

Което ни изчислява dp за предишните фиксирани j обекта и j+1$_{\text{вият}}$ да е 1

Сега извикваме функцията с интервал [mid,r] и фиксирани първите j+1 обекта.

Когато стигнем до M за някакъв интервал [l,r], то отговорът за всеки един приятел в този интервал е:

$$\sum_{i=1}^{r-l+1} dp[i][M] * \binom{r-l}{i-1}$$

Макар и неочевидно защо, решението се справя доста по-бързо от O(MN^2) и съответно взима 100 точки.