**АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА**

**ДЕКАРТОВО**

 За да анализираме решението на задачата, би било добре да визуализираме графите с пътищата на трите държави по следния начин: да визуализираме градовете на Хиксово чрез целите точки от интервала *[1, Nx]* върху абсцисната ос, градовете на Игреково чрез чрез целите точки от интервала *[1, Ny]* върху ординатната ос, а градовете от Декартово – чрез възлите на целочислената мрежа *[1, Nx]*$ ×$*[1, Ny].* При такова изобразяване в равнината, даден град от Хиксово има координати *(x,0),* град от Игреково – координати *(y,0)*, а град от Декартово – координати *(x,y)*, където и двете координати са по-големи от 0. На всяко ребро от Хиксово, което можем да си представим като отсечка, свързваща две точки от оста *x*, съответстват *Ny* ребра от Декартово, които можем да си представим като отсечки, успоредни на тази отсечка, свързващи върховете от съответните стълбове. Аналогично на всяко ребро от Игреково, което можем да си представим като отсечка, свързваща две точки от оста *y*, съответстват *Nx* ребра от Декартово, които можем да си представим като отсечки, успоредни на тази отсечка, свързващи върховете от съответните редове.

**Подзадача 1**. Тази подзадча може да бъде решена като направо се построи графът, описан в условието на задачата и на него се пусне алгоритъмът на Дейкстра за намиране на най-къс път от *(1,1)* до и *(Nx,Ny)*.

**Подзадача 2.** Нека с *d(a,b)* означим най-краткото разстояние между градовете *a* и *b.* Тогава е в сила зависимостта:

$$d((1, 1), (N\_{x}, N\_{y}))=d(1, N\_{x})+d(1, N\_{y})$$

Това лесно може да се докаже, като се имат предвид следните две очевидни твърдения:

* Всеки път от град (*x1*, *y1*) до град (*x2*,*y2*) в Декартово се разпада на два пътя : между градовете *x1* и *x2* в Хиксово и между градовете *y1* и *y2* в Игреково.
* Ако вземем двойка пътища от *x1* до *x2* в Хиксово и от *y1* до *y2* в Игреково, то от тях може да се комбинира път между градовете (*x1*, *y1*) и (*x2*,*y2*) в Декартово, чийто дължина ще бъде сумата от двата пътя.

Тази зависимост позволява да се намерят с Дейкстра най-кратките пътища между 1 и *Nx* в Хиксово и 1 и *Ny* в Игреково и от тях да се намери най-краткия път в Декартово.

**Подзадача 3.** В тази подзадача може да се постъпи като в подзадача 1 – направо да се построи графът, описан в условието, и в него да се намери минимално покриващо дърво.

**Подзадача 4.** За да се реши тази подзадача, трябва да се моделира алгоритъмът на Крускал върху графа на пътищата в Декартово, като, обаче, се добавя не по едно ребро на всяка стъпка, а се добавят цели групи: в една група добавяме всички ребра, които свързват някои два реда или някои два стълба върхове. Ребрата от една група имат еднаква дължина, което позволява да бъдат добавяни едновременно. Алгоритъмът е следния:

1. Сортираме заедно ребрата от двата графа (пътна мрежа в Хиксово и пътна мрежа в Игреково) в ненамаляващ ред на дължините им.
2. Правим две структури [disjoint-set](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BD%D0%B5%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B5%D1%81%D1%96%D1%87%D0%BD%D0%B8%D1%85_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B8%D0%BD) (система от множества, които нямат общи точки)– една за множеството от върховете в Хиксово и една за множеството от върховете в Игреково.
3. Преминаваме през сортирания списък от ребрата от най-късото към най-дългото:
* Ако реброто е от графа на Хиксово и свързва две различни компоненти на свързаност в този граф, то;
	+ Обединяваме двете компоненти на свързаност в графа на Хиксово, при което добавяме група хоризонтални ребра в Декартово (на практика не се поддържа структура с ребра в Декартово и добавянето е само умозрително) – да си представим къде се добавят ребра в Декартово – само между такива върхове, чийто „проекции“ върху оста *y* лежат в различни компоненти на свързаност на Игреково.
	+ Към търсената минимална сумарна дължина добавяме дължината на разглежданото дърво, умножена по броя на множествата в disjoint-set структурата на Игреково.
* Ако реброто е от графа на Игреково и свързва две различни компоненти на свързаност в този граф, то:
	+ Обединяваме двете компоненти на свързаност в графа на Игреково, при което добавяме група вертикални ребра в Декартово (на практика не се поддържа структура с ребра в Декартово и добавянето е само умозрително) – да си представим къде се добавят ребра в Декартово – само между такива върхове, чийто „проекции“ върху оста *x* лежат в различни компоненти на свързаност на Хиксово.
	+ Към търсената минимална сумарна дължина добавяме дължината на разглежданото дърво, умножена по броя на множествата в disjoint-set структурата на Хиксово.
* Ако реброто (независимо от кой граф е) свързва върхове от една и съща компонента на свързаност, то го прескачаме.

Да забележим, че след добавянето на съответната група ребра (което както казахме е фиктивно – фактически ние добавяме по едно ребро или в строящото се дърво на Хиксово, или на Игреково), то ние свързваме два реда или два стълба, вкоито лежат краищата на ребрата от добавяната група.