**Задача AK3. КОМПРОМИС**

**Автори: Емил Инджев, Енчо Мишинев**

Лора и Крускал са назначени за съуправители на транспортната мрежа на държава, чието име е класифицирано. Въпросната мрежа се състои от $N$ града, номерирани с числата от 1 до *N*, свързани с $M$ двупосочни пътя. Всичките пътища обаче са второкласни, докато хората искат да карат по първокласни пътища. Затова управителите решили, че е време някои от пътищата да бъдат превърнати в първокласни такива. За целта е изготвен един дълъг свитък, който представлява списък с всички пътища в държавата, като за всеки е дадено между кои два града е, както и колко време в месеци би отнел строежът по него, за да стане първокласен.

Министерството на транспорта там е доста богато и затова не е проблем всички строежи да започнат едновременно. Сега им оставало само да изберат пътищата, които ще бъдат подобрени. Крускал би искал да се ремонтират такива пътища, че между всеки два града да може да се пътува само по първокласни пътища. От друга страна Лора я притеснява, че тогава строежите ще продължат много дълго. Двамата много време обсъждали и накрая намерили справедлив начин да решат.

За целесъобразността от ремонта на дадено множество от пътища, оценката на Лора е най-дългото време, което ремонтът на някой от пътищата в множеството ще отнеме. Оценката на Крускал пък е броят свързани компоненти в графа *състоящ се от* $N$*-те града и множеството от избрани пътища*. Естествено, всеки иска да минимизира своята оценка, но като компромис се разбрали да вземат произведението на двете оценки и да минимизират него.

За жалост от толкова обсъждане не им остава никакво време да подготвят внимателно списък с пътища, които искат да бъдат превърнати в първокласни, и да го пратят към строителната компания. Те само имат време да вземат дългия свитък с първоначалния списък на всички пътища, от него да отрежат един *непразен, непрекъснат* сегмент и него да изпратят.

Помогнете им, като бързо напишете програма **compromise**, която чете списъка от пътища и им казва колко е минималната възможна стойност на избраната компромисна оценка при отрязване на един от всичките възможни непразни, непрекъснати сегменти от списъка с всички пътища.

**Вход**

От първия ред на стандартния вход се въвеждат две цели числа $N$ и $M$ – броят градове и броят пътища. От всеки от следващите $M$ реда се въвеждат по три цели числа, $u\_{i}$, $v\_{i}$ и $t\_{i}$ – номерата на двата града, които $i$-тият път от списъка свързва, последвани от времето, което ремонтът му би отнел.

**Изход**

На първия ред на стандартния изход трябва да изведете едно цяло число – минималната стойност на компромисната оценка между Лора и Крускал.

**Ограничения**

$1\leq N,M\leq 500 000$
$1\leq u\_{i},v\_{i}\leq N$
$1\leq t\_{i}\leq 10^{12}$
$t\_{i}\ne t\_{j}$ за $i\ne j$

*Обърнете внимание: графът не е задължително свързан и може да съдържа примки и повече от един път между едни и същи два града.*

**Подзадачи и оценяване**

За да получите точките за дадена подзадача, решението Ви трябва успешно да премине всички тестове в нея.

**Подзадача 1 (11 точки):** $N,M\leq 6 500$

**Подзадача 2 (23 точки):** $N,M\leq 20 000$; Редът на големините на $t$-тата е произволно генериран. По-формално: $t\_{i}>t\_{j}$, когато $p\_{i}>p\_{j}$, където $p$ е произволно генерирана пермутация на числата от $1$ до $M$.

**Подзадача 3 (25 точки):** $N,M\leq 100 000$

**Подзадача 4 (41 точки):** без допълнителни ограничения

**Примерен тест**

|  |  |
| --- | --- |
| Вход | Изход |
| 6 93 3 41 2 114 5 62 4 73 6 95 2 102 1 53 1 211 4 8 | 20 |

 ***Обяснение на примерния тест***

Оптималният сегмент се състои от следните пътища: 4-5, 2-4, 3-6, 5-2 и 2-1.
Строежът на 5-2 ще продължи най-дълго – 10 месеца.
Компонентите са две, първата е: 1, 2, 4 и 5, а втората е: 3 и 6.
Компромисната оценка на сегмента е равна на $10×2=20$.