**СТАРА КНИГА**

1. **K = 0.**

Започваме да сумираме 1+2+3…+n.

Случай 1: Стигаме до такова n, за което 1+2+3…+n=s. Явно броят на страниците с картинки ще е нула.

Случай 2: Стигаме до n за което 1+2+3…+n > s. Премахваме числото s-n от сумата и отговорът е една страница ще е само картинка.

Пример за S=18 и K=0:

1+2+3+4+5+6 = 21 >18, 21–18=3. Махаме стр.3: 1+2+4+5+6 = 18.

1. **K > 0.**

Нека картинките след K-тата страница да са Х на брой и книгата има n страници. Трябва да минимизираме Х.

Когато поставим всички тези Х картинки в началото, сумата на страниците ще е максимална, а когато всички картинки поставим накрая, то сумата на страниците ще е минимална:

Нека за пример да вземем K=2, n=10 и да разположим още 3 страници с картинки. С К означени двете картинки от началото на книгата, с х – новите картинки, а числата са номерата на страниците с текст:

К К x x x 6 7 8 9 10 S=40.

К К 3 4 5 6 7 x x x S=25.

При тези зададени K и n не може да се получи по-малка сума S от 25 и по-голяма от 40. Може да запишем за сумата Т на страниците с текст 25 ≤ Т ≤ 40.

При фиксирано S ще търсим такива n и Х, за което е изпълнено:

(K+1) + (K+2) + ... + (n-X) ≤ S ≤ (K+X+1) + (K+X+2) + … + n.

Ясно е, че ако се намери такива n и Х, за които да са изпълнени двете неравенства, то съществува число Х за което сумата на страниците е точно S.

Пример:

Нека K=3 и S=28.

Започваме с Х=0. Означаваме лявата сума с L и дясната с R.

n=1, L=4, S=4

n=2, L=9, S=9

. . .

n=8, L=30, R=30

Получи се S<L – вдигаме Х с 1 и пробваме отново с n=8:

n=8, L=22, R=26

n=9, L=30, R=35

Отново S < L – вдигаме Х с 1 (Х стана 2) и пробваме пак с n=9:

n=9, L=22, R=30.

Изпълнено е L≤ S ≤ R – край на алгоритъма. Отговорът е Х=2.

Наистина, ние можем да образуваме всички суми на страници от 22 до 30 с Х=2 и n=9. В таблицата са показани тези суми:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | S |
| K | K | K | x | x | 6 | 7 | 8 | 9 | 30 |
| K | K | K | x | 5 | x | 7 | 8 | 9 | 29 |
| K | K | K | 4 | x | x | 7 | 8 | 9 | 28 |
| K | K | K | 4 | x | 6 | x | 8 | 9 | 27 |
| K | K | K | 4 | x | 6 | 7 | x | 9 | 26 |
| K | K | K | 4 | 5 | x | 7 | x | 9 | 25 |
| K | K | K | 4 | 5 | 6 | x | x | 9 | 24 |
| K | K | K | 4 | 5 | 6 | x | 8 | x | 23 |
| K | K | K | 4 | 5 | 6 | 7 | x | x | 24 |

В таблицата на първия ред са номерата на страниците, първите 3 колони са първите K=3 страници с картинки. На всеки ред в жълто са различните възможности за поставяне на още X=2 картинки. В последната колонка за всеки ред e пресметната сумата S на страниците с текст.

Възможно е още двоично търсене при фиксирано n спрямо K. Публикуваното решение е линейно спрямо n, което намира всеки път L и R, както е показано в примера преди таблицата.

Автор на анализа и превод на условието: Павел Петров

Условие и тестове – Георги Корнеев

/Всероссийская олимпиада/