АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
ФАКТОРИЕЛ В К-ИЧНА

За да завършва числото A на X нули в бройна система с основа K , необходимо и достатъчно условие е, то да се дели без остатък на K^X.

Доказателство:

$A = A_P K^P + A_{P-1} K^{P-1} + ... + A_0 K^0$

Ако завършва на X нули, то A_i=0 за *i=0, 1, ... X-1*. Следователно $A = A_P K^P + A_{P-1} K^{P-1} + ... + A_X K^X = \left(A_P K^{P-X} + A_{P-1} K^{P-X-1} + ... + A_X K^0\right) K^X$ се дели на K^X.

Обратно, ако $A = B \cdot K^X$, то като представим $B = B_Q K^Q + B_{Q-1} K^{Q-1} + ... + B_0 K^0$, получаваме, че в разлагането на A младшите X цифри, ще бъдат нули.

И така, задачата се свежда до това, да се определи на каква максимална степен на *K,* се дели числото *N!*. Понеже *N!* е много голямо число, непосредственото му изчисление с цел такава проверка, е невъзможно. Разлагаме числото K на прости множители - $K = P_1^{a_1} P_2^{a_2} \cdots P_S^{a_S}$. Ако *N!* се дели на съответните $P_i^{b_i}$, то *N!* се дели на K^Z, където $Z = \min\limits_{i=1..S}\{\left\lfloor \frac{b_i}{a_i} \right\rfloor\}$. Единственият проблем, който остава е – как да намерим максималната степен на простото число *P,* на която дели *N!*.

За това може да се приложат следните съображения: броят на числата, кратни на *P* и не превишаващи *N*, е $\left\lfloor \frac{N}{P} \right\rfloor$. Всяко от тези числа дава по един прост множител *P* в *N!*. Но освен това, $\left\lfloor \frac{N}{P^2} \right\rfloor$ числа дават по още едно *P,* $\left\lfloor \frac{N}{P^3} \right\rfloor$ - още по един и т.н. Значи $b_i = \left\lfloor \frac{N}{P_i} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{N}{P_i^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{N}{P_i^3} \right\rfloor + ...$. Забелязваме, че сумирането може да се прекрати, когато поредното събираемо стане равно на 0.

Автор: Кинка Кирилова-Лупанова