

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ТОТАЛ

Решаваме задачата като последователно намираме решенията S_i на подзадачите за пресмятане на описаните суми за числата N_i , образувани от първите (отляво) i цифри на числото N , $i=0,1,2, \dots, n-1$, където n е броят на цифрите на N . Означаваме цифрите на N с c_0, c_1, \dots, c_{n-1} , в посока отляво-надясно, т.е. от старшата към младшата.

При $i=0$ е очевидно, че $S_0 = c_0$.

Нека сме намерили S_{i-1} . Разглеждаме числото N_i , което се получава с долепяне на цифрата c_i отдясно към N_{i-1} . Всичките възможни начини за премахване на цифри от N_i са 2^i на брой. При тези начини има две възможности за c_i – да е изтрита или да не е. Когато тази цифра е изтрита, сумата на разглежданите числа е S_{i-1} , а когато не е изтрита, тази цифра се долепя отдясно до всяко възможно число образувано от първите $i-1$ цифри. Ако означим тези възможности с $S_{i-1,0}, S_{i-1,1}, S_{i-1,2}, \dots, S_{i-1,2^{i-1}}$ и понеже броят им е 2^{i-1} (вкл. и когато всички цифри са изтрити) получаваме

$$\begin{aligned} S_i &= S_{i-1} + 10 * S_{i-1,0} + c_i + 10 * S_{i-1,1} + c_i + 10 * S_{i-1,2} + c_i + \dots + 10 * S_{i-1,2^{i-1}} + c_i = \\ &= S_{i-1} + 10 * (S_{i-1,0} + S_{i-1,1} + S_{i-1,2} + \dots + S_{i-1,2^{i-1}}) + 2^{i-1} * c_i = \\ &= S_{i-1} + 10 * (S_{i-1}) + 2^{i-1} * c_i = \\ &= 11 * (S_{i-1}) + 2^{i-1} * c_i. \end{aligned}$$

Използвайки тази рекурентна зависимост и че $S_0 = c_0$, намираме последователно S_i за $i=1, 2, \dots, n-1$ и отпечатваме решението на задачата: S_{n-1} . В програмата е направена и използвана реализация за работа с дълги числа.

Автор: Емил Келеведжиев