

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА УМНОЖЕНИЕ НА ПОЛИНОМИ

Тривиалното решение умножава всеки коефициент на полинома $P(x)$ с всеки коефициент на полинома $Q(x)$. Брой стъпки $O(N * M)$. Това решение получава 13-14 точки.

Можете да използвате алгоритъм за бързо умножение на числа (или полиноми), за да получите повече точки. Например, алгоритъма на Карацуба използва $O((N + M)^{1.5})$ стъпки и получава около 50 точки.

Може да се докаже, че оптималното решение ще използва $N + M + 1$ не-тривиални умножения. Представяме такъв алгоритъм:

1. Избираме $N + M + 1$ различни константи $x_1, x_2, \dots, x_{N+M+1}$ (например, това са числата $0, 1, \dots, N+M+1$).
2. Смятаме $P(x_1), P(x_2), \dots, P(x_{N+M+1}), Q(x_1), Q(x_2), \dots, Q(x_{N+M+1})$ - тук използваме само тривиални умножения по константа.
3. Смятаме $R(x_1) = P(x_1) * Q(x_1), R(x_2) = P(x_2) * Q(x_2), \dots$ - $N+M+1$ не-тривиални умножения.
4. Вече знаем стойността на $R(x)$ в $N + M + 1$ точки. Можем да интерполираме коефициентите на полинома $R(x)$. За повече информация:
https://en.wikipedia.org/wiki/Polynomial_interpolation#Constructing_the_interpolating_polynomial

Трябва да внимаваме в стъпка 4. да не направим ненужно не-тривиално умножение.

Автор: Йордан Чапъров