АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ЗАЕК

Ако броят на скоковете на разстояние A е x и броят на скоковете на разстояние B е y, за да попадне в точка с координата C, се получава диофантовото уравнение $Ax + By = C$. Трябва да се отбележи, че x, y и C , могат да бъдат както положителни, така и отрицателни цели числа. Уравнението има решение тогава и само тогава, когато НОД(A, B) дели C.

Ако съществува решение, съкращаваме A, B и C на техния най-голям общ делител и с помощта на разширения алгоритъм на Евклид намираме (x', y'), за които $Ax' + By' = 1$. Умножавайки последното равенство на C и полагайки $x_0 = Cx'$ и $y_0 = Cy'$, получаваме двойката (x_0, y_0), която се явява решение на $Ax + By = C$.

Всички решения на уравнението се получават по формулите

$x=x_0 + k.B$

$y=y_0 - k.A$, където k е цяло число.

Трябва да се намери $\min(|x|+|y|)$.

Могат да се разгледат три случая:

1. $x \geq 0$, $y \geq 0$

Имаме $x_0 + k.B \geq 0$

$y_0 - k.A \geq 0$

Намираме най-малкото k, за което $x \geq 0$: $k \geq \left\lceil -\frac{x_0}{B} \right\rceil$ и най-голямото k, за което $y \geq 0$: $k \leq \left\lfloor \frac{y_0}{A} \right\rfloor$.

С $\lfloor x \rfloor$ е означена цялата част на числото x, с $\lceil x \rceil$ - най-малкото цяло, не по-малко от x.

На нас ни е нужна възможно най-малката стойност на k. Отговорът е $x_0 + y_0 + k.(B - A)$.

2. $x \geq 0$, $y \leq 0$

Имаме $x_0 + k.B \geq 0$

$y_0 - k.A \leq 0$

Получаваме $k \geq \left\lceil -\frac{x_0}{B} \right\rceil$ и $k > \left\lfloor \frac{y_0}{A} \right\rfloor$.

$x - y= x_0 - y_0 + k.(A+B)$. От тук k е възможно най-малко.

3. $x \leq 0$, $y \geq 0$

Имаме $x_0 + k.B \leq 0$

$y_0 - k.A \geq 0$

Получаваме $k < \left\lceil -\frac{x_0}{B} \right\rceil$ и $k \geq \left\lfloor \frac{y_0}{A} \right\rfloor$.

$y - x= y_0 - x_0 - k.(A+B)$. От тук k е възможно най-голямо.

Автор: Кинка Кирилова-Лупанова