

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ПИЦИ

Разглеждаме две възможности: непременно да се получи безплатна доставка като поръчаме стоки за сума по-голяма от C долара или да се заплатят $A+B$ долара (евентуално само A , ако A е по-малко от C). Първият случай се свежда до намирането на минималната сума по-голяма от $C - A$, която може да се събере от стоки с цени измежду: d_1, \dots, d_N (заедно с избраните вече A долара тази сума ще бъде достатъчна за получаване на безплатна доставка). В този смисъл решението се свежда до задачата за раницата.

Да разгледаме решението на конкретната задача:

Нека $dp[m][s]$ е истина, ако измежду числата $d_1; d_2; \dots; d_m$ може да изберем някои, чиято сума е равна на s , в противен случай стойността на $dp[m][s]$ е лъжа; при това $0 \leq m \leq N, 0 \leq s \leq d_1 + d_2 + \dots + d_m$.

По определение $dp[0][0]=1$, други стойности при $m=0$ са невъзможни, така, че автоматически $dp[0][m]=0$.

Да предположим, че до момента са изчислени всички $dp[m-1][s]$, за всички допустими s . Тогава локомството d_m или ще бъде добавено в набора или – не:

$$dp[m][s] = dp[m-1][s-d_m] \parallel dp[m-1][s];$$

Преминавайки от $m-1$ -вата към m -тата стъпка по горната формула – ще достигнем до $m=N$.

За реализацията може да използваме масив $E[s]$. Той се инициализира по следния начин:

$$E[s] = dp[0][s], \text{ т.е. } E[0]=1, E[s \neq 0]=0.$$

В началото на стъпката с номер $m-1$ имаме: $E[s]=dp[m-1][s]$ за всяко $0 \leq s \leq \text{MaxS}$. В края на стъпката ще бъде изпълнено: $E[s]=dp[m][s]$.

```
for (i=1; i<=N; i++) // E[s]=dp[m-1][s]
```

```
    for (s=MaxS; s>=d[m]; s--)
```

```
        E[s]=E[s] || E[s-d[m]]; // E[s]=dp[m][s]
```

Остава да се намери минималното $s > C-A$, за което $dp[N][s]=E[s]=1$.

За пресмятането на формулата на всяка стъпка са достатъчни $O(\text{MaxS})$ действия. Затова при брой стъпки равен на N , общият брой стъпки е равен на $O(N\text{MaxS})$. Това, обаче е твърде много, тъй като $\text{MaxS}=10^6$ и $N \leq 1000$. Но лесно можем да съобразим, че нас ни интересуват само тези s , които са по-малки от B , тъй като ако Жорко реши да избере стоки с цена по-голяма от B , то е по-изгодно да плати доставката и да не харчи повече пари. Ето защо вторият цикъл е достатъчно да започва от $B-1$. Тогава сложността на алгоритъма вече е $O(NB)$ и общото време за работа вече е под ограниченията на задачата.

Забележка: Задачата е взимствана от Московска градска отборна олимпиада – 2009 – лига А. Автор на условието е Владимир Гуровиц.