АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА РАЗБИВАНЕ НА МАСИВ

Изчерпване

Най-простият начин да се реши задачата е с изчерпване. Може да се използва рекурсия или битови маски, за да се генерират елементите на първата подредица, при което елементите на втората се получават автоматично. След като са налице двете подредици се проверява дали се изпълнява условието за взаимно прости двойки числа с различни индекси от от една и съща подредица. Такъв подход ще реши подзадача 1 и ще получи 24 точки.

Графи

Да моделираме задачата по следния начин. Строим неориентиран граф, чийто върхове са номерирани с числата от 1 до n, като ребро между върхове с номера u и v има тогава и само тогава, когато a_u **и** a_v **имат общ делител, по-голям от 1, т.е. не са взаимно прости.**

Вярно е следното твърдение: масивът $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n$ може да бъде разбит на две части по искания в условието на задачата начин тогава и само тогава, когато всяка свързана компонента на построения граф представлява **двустранен** граф. Да напомним, че един граф $G=(V,E)$ е двустранен, ако множеството V на неговите върхове може да бъде представено като обединение на две непресичащи се подмножества V_1 и V_2 $(V=V_1 \cup V_2)$, така че за всяко ребро $(u,w) \in E$ е изпълнено $u \in V_1$, $w \in V_2$ или $w \in V_1$, $u \in V_2$.

Това твърдение се доказва лесно и го оставяме за самостоятелна работа.

Последователността $b_1, b_2, \ldots, b_m$ се строи последния начин: разглежда се поредната компонента на свързаност и, ако тя е двустранен граф, към подредицата от индекси се добавят номерата на върховете от страната, съдържаща повече върхове. Ако броят на върховете в двете части е еднакъв, то към подредицата се включват номерата на върховете от оная част, в която минималният номер на връх е по-малък.

Как да се проверява дали дадена компонента на свързаност е двустранен граф?

Това става доста просто с обхождане в дълбочина (може и в ширина). Нека някакъв начален връх сме оцветили с бяло. Обхождайки в дълбочина, всеки новопосещаван съседен на бял връх оцветяваме в черно и всеки новопосещаван съседен на черен връх – в бяло. Ако при това се получи обратно ребро с еднакво оцветени краища, то разбиването е невъзможно, в противен случай получаваме двете страни на графа.

Как бързо да строим графа? Ако за всяка двойка числа от масива прилагаме алгоритъма на Евклид, то построяването ще бъде със сложност $O(n^2 logn)$.

Да забележим следния факт. Всяко число между 1 и $2*10^6$ има най много 7 различни прости делителя (просто произведението на първите 8 прости числа е по-голямо от $2*10^6$). От това следва, че в графа не може да има твърде много ребра.

Използвайки решето на Ератостен може ефективно да се изчисли най-малкият прост делител на всяко число x, $1 \leq x \leq 2*10^6$, което ще позволи бързо да се разложат на прости множители всички числа от входния масив. След това за всяко просто число проверяваме на кои от входните числа се явява делител. Ако те са повече от 2, то разбиване на масива не съществува (в графа ще съществуват три върха, всеки два от които са свързани с ребро). Ако са две, то между тях строим ребро.