АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
РАЗРЯЗВАНЕ НА КВАДРАТ

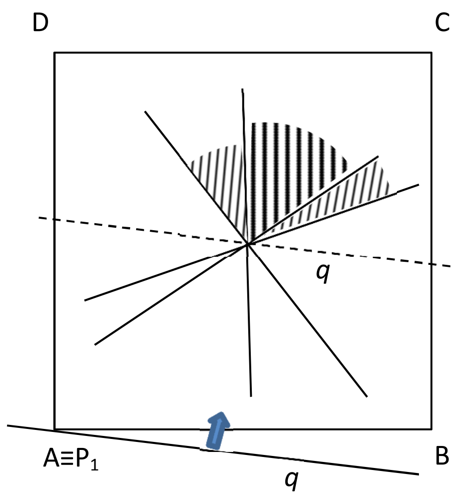
Търсим алгоритъм за броене на частите, на които се разделя квадрат от краен брой праволинейни разрези, съединяващи негови контурни точки.

Една от възможностите е да дискретизираме областта на квадрата и отсечките в него и да запълним получените области. Този естествен алгоритъм може да свърши работа за малки стойности на n. Разбира се, дискретизирането крие известните рискове от грешки, характерни при работата с реални числа, както и изобразяването на отсечките върху мрежата може да доведе до „дупки“, които да попречат на правилното запълване. Самото запълване пък е със сложност g^2, където g е броят малки отсечки, на които разделяме страната на квадрата, за да получим мрежа с необходимата гъстота. Точността, която трябва в задачата, изисква по-голямо g, а това се отразява зле на сложността на този алгоритъм.

Можем да подходим и по друг начин. Тъй като направленията на разрезите, заедно с двете на страните на квадрата са краен брой, то съществува направление в равнината, различно от всички тях. Можем даже за удобство да кажем, че съществува такова направление „близко“ до хоризонталното, че, ако построим права q (ще я наречем „сканираща“) през точка с номер 1 (означена с P_1) в това направление, P_1 е единствената обща точка на тази права и квадрата. Ако си представим успоредното движение на q „нагоре“, докато вече няма общи точки с квадрата, тази права ще мине през всяка от отбелязаните контурни точки, както и през всяка от пресечните точки на разрязващите отсечки, но никога едновременно през две от тези „специални“ точки. Ако сега забележим, че получените по описания начин части от квадрата са изпъкнали фигури, следва, че q ще има при движението си за първа обща точка с всяка от частите един ***връх*** на тази част, който условно можем да наречем „най-долен връх“ за частта (относно q, разбира се). Идеята на описания по-долу алгоритъм е да преброим „най-долните“ върхове на частите.

Ето няколко съображения за броенето при така избраните предпоставки:

1. P_1 (точка с номер 1) винаги е най-долен връх.
2. Всеки разрез включва като най-долен връх точно една от контурните точки, които го определят. Това следва от следните факти:



- Ако разрез включва точка от основата AB на квадрата, тази точка е най-долен връх.
- Най-долен връх не може да е от отсечката CD.
- Ако отсечка свързва контурни точки от BC и AD, най-долен връх е тази от тях с по-малка ордината, а при равни ординати – тази от AD.

3. Всяка пресечна точка на разрези, вътрешна за квадрата, е най-долен връх за толкова части, колкото е броят на разрезите, минаващи през нея, намален с 1.
   Наистина, ако точката е вътрешна и през нея минава един разрез, тя не може да е най-долен връх – както казахме, такива могат да бъдат само върхове на части. Ако през нея минават m разреза, тъй като никой от тях не е успореден на сканиращата права q, преди да стигне до точката тя ще е минавала през точки от „долните“ m лъча от правите и няма да е минавала през нито един от „горните“ m, през които ще мине за пръв път достигайки точката на пресичане. m лъча през една точка отделят от равнината m-1 непресичащи се сектора, заключени между тях

Като използваме тези факти, можем да организираме броенето на частите „по най-долен връх“ спрямо сканираща права q.

Появява се нуждата от познаване на пресечната точка на разрези. Ако свържем правоъгълна координатна система с начало първата точка (P_1) по страните на квадрата и с мярка единицата на мрежата, тъй като координатите на началата са цели числа, координатите, които ни интересуват, ще останат в областта на рационалните числа. Това съображение ни дава възможност да работим с цели числа: по-бързо и най-вече – с абсолютна точност.

Автор: Павлин Пеев