АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА МРАМОРНИ ТОПЧЕТА

Ако се закупят x на брой кутии от *Тип 1* и y на брой кутии от *Тип 2*, то получаваме уравнението $n_1.\ x + n_2.\ y = n$. Уравнението има решение тогава и само тогава, когато НОД(n_1, n_2) дели n.

Ако съществува решение, съкращаваме n_1, n_2 и n на техния най-голям общ делител и с помощта на разширения алгоритъм на Евклид намираме (x', y'), за които $n_1.\ x' + n_2.\ y' = 1$. Умножавайки последното равенство на n и полагайки $x_0 = n.x'$ и $y_0 = n.y'$, получаваме двойката (x_0, y_0), която се явява решение на $n_1.\ x + n_2.\ y = n$.

Знаем, че всички решения на уравнението имат вида $x = x_0 + k.\ n_2$ (*)

$y = y_0 - k.\ n_1$, (**)

където k е цяло число. Понеже решенията трябва да са неотрицателни, то са в сила неравенствата: $x_0 + k.\ n_2 \geq 0$, $y_0 - k.\ n_1 \geq 0$. От тук получаваме следните ограничения:

$$k \geq \left\lceil -\frac{x_0}{n_2} \right\rceil \text{ и } k \leq \left\lfloor \frac{y_0}{n_1} \right\rfloor, \text{ т.е. } \left\lceil -\frac{x_0}{n_2} \right\rceil \leq k \leq \left\lfloor \frac{y_0}{n_1} \right\rfloor,$$

с $\lfloor x \rfloor$ е означена цялата част на числото x, а с $\lceil x \rceil$ - най-малкото цяло, не по-малко от x.

Така намираме долната *kmin* и горната *kmax* граници за променливата k, откъдето и получаваме броя решения на уравнението $n_1.\ x + n_2.\ y = n$, за които $x \geq 0$, $y \geq 0$:

$$\left\lfloor \frac{y_0}{n_1} \right\rfloor - \left\lceil -\frac{x_0}{n_2} \right\rceil + 1.$$

В задачата се търсят тези решения на уравнението $n_1.\ x + n_2.\ y = n$, за които сумата $x + y$ има минимална стойност.

Ако съберем (*) и (**) забелязваме, че сумата $x + y$ се изменя по следния начин:

$$x + y = (x_0 + y_0) + k.(n_2 - n_1),$$

т.е ако $n_1 < n_2$, то трябва да се избере най-малката възможна стойност на k, ако $n_1 > n_2$, трябва да се избере възможно най-голямата стойност на k.

Автор: Кинка Кирилова-Лупанова