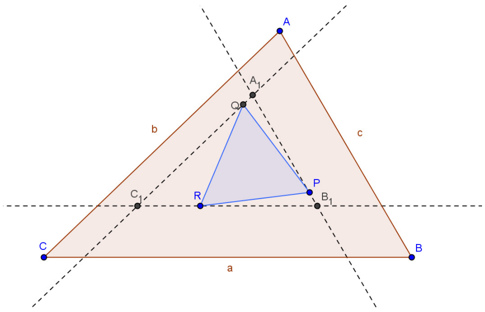
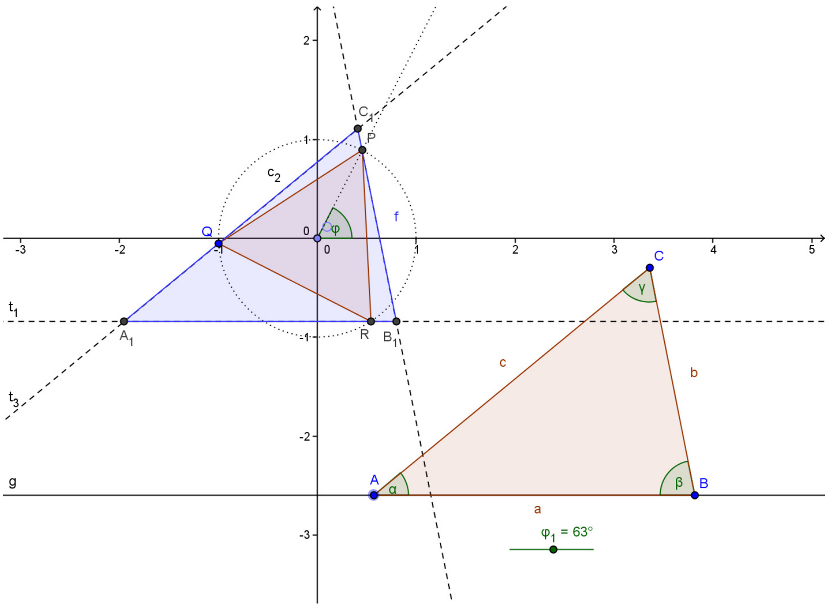
АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА РАВНОСТРАНЕН ТРИЪГЪЛНИК

Това е частен случай на известната задача за напасване на една фигура в друга, по която има доста, но не много популярни разработки. Какви алгоритми можем да приложим, за да я атакуваме?

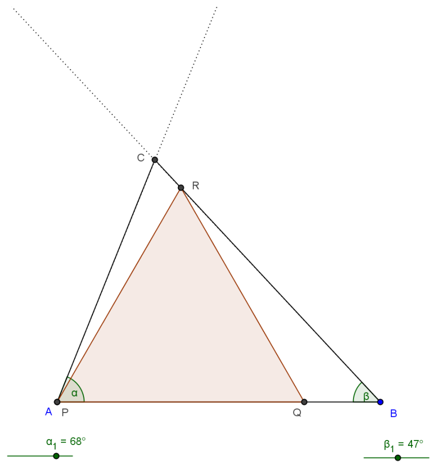


Ще именуваме върховете на дадения триъгълник с A, B и C, а на търсения равностранен – с P, Q и R. Най-напред бива да съобразим, че поне две от точките P, Q и R трябва да се търсят по страните на ABC. Наистина, да си представим, че всяка от правите по страните тръгва успоредно на себе си в полуравнината, която съдържа ABC докато стигне първата точка от PQR (може и цяла страна), „стягайки“ PQR. Полученият след пресичането им $\Delta A_1B_1C_1$ е подобен на дадения с коефициент на подобие k<1 (ако поне една от правите е успяла да „мръдне“).Тогава подобие с коефициент 1/k>1 би превърнало $\Delta A_1B_1C_1$ в еднакъв на ABC, но с по-голям съответен PQR, с поне два върха на страните. (Тази проста идея се оказва и конструктивно много удобна по-надолу.)

Тогава можем „да пуснем“ една точка (P) „да ходи” по триъгълника и втора (Q) „да я гони“: ако някоя от двете вече определени от P и Q трети точки (R_1 и R_2, във всяка полуравнина) се окаже вътрешна (или гранична) за ABC – намерили сме (ново) решение. Естествено, на всяка следваща стъпка търсим по-добро решение, което позволява да не разглеждаме онези Q, които са по-близо до P. Този най-очевиден алгоритъм, съчетан с „клатене“ около получените локални максимуми може да доведе до намиране на верен резултат. Проблемите му са скоростта и възможностите за логически пропуски.



По-добър начин за реализиране на търсенето е скрит в идеята по-горе. Равностранният триъгълник, поради симетрията си, има 120-градусов диапазон на положения в равнината. Ако за всяко от тях по подобен на описания начин построим права, успоредна на по една страна на дадения триъгълник, ще се „стегне” $\Delta A_1B_1C_1$, подобен на дадения, в който разглежданият равностранен е „вписан” (в този смисъл). Като определим една негова страна (например A_1B_1), ще получим коефициента на подобие, а оттам – и страната на PQR в оригиналния триъгълник ABC. Разбира се, нашата цел е минимална A_1B_1, което максимизира страната на PQR.



Последното, още по-добро решение идва с прозрението, че двата сигурни върха на PQR, които са на страни на ABC, всъщност, трябва да принадлежат ***на една страна***. След това вече е лесно: избираме най-големия от трите такива равностранни триъгълника.

Да разгледаме за пример страната AB с прилежащите ѝ ъгли α и β, на която ще са разположени двата сигурни върха P и Q от PQR. Тук геометрията е проста: в зависимост от големината на тези ъгли (и по-точно, относно 60°) имаме няколко възможности:

- ако и двата ъгъла не са по-малки от 60°, можем да използваме цялата AB за страна на PQR (което е и най-голямата възможност);
- ако и двата са по-малки от 60°, най-голямата височина пък, която можем да постигнем за PQR, е височината към AB, следователно вземаме $R \equiv C$, което еднозначно определя ΔPQR (защото P и Q са от отсечката AB);
- и ако единият ъгъл е по-голям, а другият – по-малък от 60° (ситуацията на чертежа по-горе) – през върха с по-голям ъгъл построяваме права, която сключва ъгъл от 60° с AB и намираме R там, където тя пресича BC.

Автор: Павлин Пеев