**Решение за 5 точки**

$precompute$ на $x\_{0}, …, x\_{10^{6} }$и префиксни суми на заявките.

Сложност: $O(10^{6}+q)$

*Нека* $d=5$*, степента на характеристичното уравнение.*

**Решение за 19 точки**

Прилагаме стандартния алгоритъм за решаване на линейни рекурентни уравнения. Можем да използваме база, различна от $2$ (например $b=2115$).

Сложност: $O(log\_{b}\left(q\*M\right)\*b\*d^{3}+q\*log\_{b}\left(q\*M\right)\*d^{2})=O(log\_{b}\left(q\*M\right)\*d^{2}\*(b\*d+q))$.

**Решение за 19 точки**

Разширяваме идеята от предното решение като поддържаме сегментно дърво, в него пазим $x\_{j}, x\_{j-1}, …, x\_{j-d+1}$ и матрицата, по която трябва да се умножи като $lazy$. За да можем да намерим бързо необходимата матрица $M^{value}$ ще използваме база $b=10001$.

Сложност: $O(log\_{b}\left(M\right)\*b\*d^{3}+q\*d^{3}\*\left(log\_{2}\left(n\right)+log\_{b}\left(M\right)\right))$

**Решение за 38 точки**

Както с умножение на матрица можем преминем с едно напред $(x\_{j}, x\_{j-1}, …, x\_{j-d+1})\rightarrow (x\_{j+1}, x\_{j}, …, x\_{j-d+2})$, така можем да намерим и обратната матрица, с която можем да преминем едно назад $(x\_{j}, x\_{j-1}, …, x\_{j-d+1})\rightarrow (x\_{j-1}, x\_{j-2}, …, x\_{j-d})$ и да приложим отново сегментно дърво.

Сложност: $O(log\_{b}\left(M\right)\*b\*d^{3}+q\*d^{3}\*\left(log\_{2}\left(n\right)+log\_{b}\left(M\right)\right))$

**Решение за 100 точки**

Нека разгледаме характеристичното уравнение $x^{5}=5\*x^{4}+4\*x^{3}+3\*x^{2}+2\*x^{1}+1\*x^{0}$. То е неразложимо, но има $5$ различни решения $p\_{1},…, p\_{d}$ по модул $M$, т.е. $x\_{k}≡\sum\_{i=1}^{d}c\_{i}\*p\_{i}^{k} mod M$. С началните условия $x\_{0}=0, x\_{1}=1, x\_{2}=2, x\_{3}=3, x\_{4}=4$ и Гаусова елиминация намираме $c\_{i}$. Сега за всяко $i$ трябва да поддържаме “умножи числата в интервала $l\leq j\leq r$ по $p\_{i}^{value}$” и “намери сумата на числата в интервала $l\leq j\leq r$”, което отново може да стане със сегментни дървета. За да можем да намерим бързо необходимото $p\_{i}^{value}$ ще използваме база $b=2^{14}$.

Сложност: $O(b\*d+q\*d\*(log\_{2}\left(n\right)+log\_{b}\left(M\right)))$

 Автор: Мартин Копчев