**ЗАДАЧА D2. Най-голям общ прост делител**

Нека с A означим най-голямото число в редицата.

**Решение 1:**

За всяка подредица от k последователни елемента намираме НОПД, проверявайки дали всяко от числата в редицата се дели на някакво просто число p, като p = 2,3,5,7,11,13,... Максималната стойност на p е най-голямото просто число, което не надвишава A. Решението е със сложност O(n.k.A), реализирано е в gcpd\_20p.cpp и получава 20 т.

**Решение 2:**

Същата идея като решение 1, но забелязваме, че стойността на p не може да бъде по-голяма от минималното число в подредицата. Тази оптимизация значително подобрява решението в общия случай. Реализацията е в gcpd\_50p.cpp и получава 50 т.

**Решение 3:**

Забелязваме, че НОПД на две или повече числа не може да надвишава най-големият им общ делител НОД, освен това НОПД трябва да е делител на НОД.

Така стигаме до следното решение – за всяка подредица от k последователни елемента намираме тяхния НОД и след това намираме най-голямото просто число, което дели този НОД. Това е НОПД за всяка от подредиците. Определянето на НОД на две числа a и b е със сложност O(log min(a, b)), а сложността на това решение е O(n.k.log A). Описано е в gcpd\_60p.cpp и получава 60 т.

**Решение 4:**

Друга идея!

Нека разгледаме разлагането на прости множители на две числа r и s:

r = $p\_{1}^{α\_{1}}p\_{2}^{α\_{2}}…p\_{m}^{α\_{m}}$

s = $p\_{1}^{β\_{1}}p\_{2}^{β\_{2}}…p\_{m}^{β\_{m}}$

Например: r = 126 и s = 1232

r = 21.32.50.71.110

s = 23.30.50.72.111

НОПД на r и s е най-голямото просто число pi, за което е вярно, че αi≠0 и βi≠0.

За посочения пример, НОПД на r и s е 7, защото 7 е най-голямото просто число в разлагането и на двете числа.

Ще използваме допълнителна памет – масив cnt[].

За всяка подредица с дължина k:

cnt[i] = броя на числата, за които е вярно, че простото число i участва в разлагането им на прости множители

Например, нека разгледаме следната редица 1155, 126, 168, 294

1155 = 31.51.71.111

126 = 21.32.71

168 = 23.31.71

294 = 21.31.72

Ето как ще изглежда масивът cnt[]:

 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 3 | 4 | 0 | 1 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 |

cnt[2] = 3, защото 2 присъства в разлагането на 3 от числата – 126, 168 и 294

cnt[3] = 4, защото 3 присъства в разлагането на 4 от числата

Дължината на тази редица е 4, затова НОПД на тази редица е най-голямото число i, за което cnt[i] = 4. За тази редица cnt[3]=4 и cnt[7]=4. НОПД е 7, защото 7 е max(3, 7).

За всяка подредица правим такъв масив и определяме НОПД – 60 точки.

**Решение 5:**

Развиваме предходната идея.

Нека за дадена подредица сме определили НОПД – максималното просто число i, за което cnt[i]=k. Как изглежда следващата подредица? Първото число от предходната редица не участва в новата и добавя се едно число. Определят се кои са простите делители на числото, което не участва в новата редица и се коригира масива cnt[]. Определя се кои са простите делители на числото, което е ново за текущата подредица и се коригира масива cnt[], определя се и НОПД. Решението е със сложност O(n.√A) – 100 точки.