АНАЛИЗ НА ЗАДАЧА

НАЙ-МАЛЪК ПРОСТ ДЕЛИТЕЛ

Намирането на най-малкия прост делител на всяко от числата от 2 до n може да стане с решето на Ератостен https://cp-algorithms.com/algebra/sieve-of-eratosthenes.html.

При $n = xmax < 10^6$ този подход решава подзадача 1, като сложността му е $O(xmax * \log\log xmax + t)$.

За подзадачи 2 и 3 пак с решето на Ератостен намираме множеството P от всички прости числа $p \leq \sqrt{xmax}$. Ако поредното число x от входа не се дели на никое $p \in P$, $p \leq \sqrt{x}$, то x е просто и най-малкият прост делител на x е самото число x. Сложността на това решение е $O\left(\sqrt{xmax} * \log\log\sqrt{xmax} + t * \frac{\sqrt{xmax}}{\log\sqrt{xmax}}\right)$.

За подзадача 4 построяваме т.н. интервално решето за интервала $[xmin, xmax]$ https://cp-algorithms.com/algebra/sieve-of-eratosthenes.html#find-primes-in-range. Отначало намираме множеството P от всички прости числа $p \leq 32\,000\,000$ (достатъчно е до $\sqrt{xmax}$). След това за всяко $p \in P$ отбелязваме в решетото кратните на p. Така за всяко число x от интервала $[xmin, xmax]$ получаваме неговия най-малък прост делител или остава 0, което пък означава, че x е просто число. Тук сложността е

$$O\left(\sqrt{xmax} * \log\log\sqrt{xmax} + (xmax - xmin) * \log\log\sqrt{xmax} + t\right).$$

Идеята за тази задача възникна след лекцията Комбинаторика и теория на числата на Националната лагер-школа по информатика Ловеч-2023.

Добромир Ангелов

Стоян Капралов