<table>
<tr><td rowspan="2">Тагове</td><td>На пълното решение</td><td>На частичните решения</td></tr>
<tr><td>Решето на Ератостен
Префиксни суми
Сортиране</td><td>–</td></tr>
</table>

Анализ

Може да се забележи, че винаги е оптимално:

1) От 1-вото до K-тото по големина a_i, $b_i = 1$.
2) От $K + 1$-вото до $2K$-тото по големина a_i, $b_i = 2$.
3) От $2K + 1$-вото до $3K$-тото по големина a_i, $b_i = 3$.
4) …

Така ако сортираме редицата ненарастващо, b_i-тата на първите K елемента ще са равни на 1, на вторите K елемента ще са равни на 2 и т.н.

Решение за 40 точки

Първото възможно решение е предварително да се пресметне отговорът за всяко K от 1 до N. Като дойде заявка за $K \leq N$ се извежда преизчисления отговор, а когато дойде заявка за $K > N$, отговорът ще е сбора на числата в a. Може за линейно време да се пресметне отговорът за всяко K.

Постигната сложност: $O(N^2 + Q)$.

Имплементация: `prod_40p.cpp`

Решение за 100 точки

Решението за 70 точки има интересна идея, но считам, че е по-полезно да обясня директно идеята за 100 точки. Пак предварително ще предметнем отговорите на заявките за всяко $K \leq N$, трябва да го направим по-бързо. Нека вместо да обхождаме всяко отделно число, да намерим сумата на числата с равни b_i-та и да добавим сумата $\times$ b_i към отговора на заявката. Например, нека $N = 10$ и $K = 3$, тогава $b = \{1,1,1,2,2,2,3,3,3,4\}$. Така към отговора ще добавим:

- За $b_i = 1$, $(a_1 + a_2 + a_3) \times 1$
- За $b_i = 2$, $(a_4 + a_5 + a_6) \times 2$
- За $b_i = 3$, $(a_7 + a_8 + a_9) \times 3$
- За $b_i = 4$, $a_{10} \times 4$

Тъй като числата в редицата с равни b_i-та са съседни в редицата, ние може да използваме префиксни суми, за да им изчислим сбора. Така за всяко $K \leq N$ ще направим $O\left(\frac{N}{K}\right)$ операции, което е бързо. Защо? Защото от Решетото на Ератостен знаем, че $\frac{N}{1} + \frac{N}{2} + \cdots \frac{N}{N} \approx N \log N$, което е достатъчно бързо за нашите цели.

Постигната сложност: $O(N \log N + Q)$

Имплементация: `prod_100p.cpp`

Автор: Борис Михов