

Тагове	На пълното решение	На подзадачите
	Динамично програмиране	Пълно изчерпване Префиксни суми

## Анализ

В задачата се търси минималната сума при дадена редица от  $N$  цели числа, като може да се обръщат знаците на числата от до  $K$  потенциално различни суфикси. За да се реши задачата, може да се направят няколко лесни наблюдения:

- Не е нужно да се обърне един суфикс повече от веднъж, независимо от момента на обръщане – две обръщания са равни на нула.
- Не е важен реда на обръщанията – във всеки ред на едни и същи обръщания, всяко число ще си обърне знака един и същ брой пъти.
- Минималният отговор винаги ще е неположителен. Нека сборът на всички числа от редицата е  $\leq 0$ , тогава няма да е нужно да се правят обръщания, за да се получи неположителен отговор. В противен случай, може да се обърнат всички числа (да се направи едно обръщане на суфикса с начало 1), при който сборът на числата ще е отрицателен (забележете, че  $1 \leq K$ ).

Нека сега разгледаме решенията на подзадачите.

### Подзадача №1

В тази подзадача са тестовите примери. Тя е за обратна връзка от системата.

### Подзадача №2

За подзадачата се очаква решение с пълно изчерпване. За всеки суфикс се определя дали да се обърнат знаците на числата в него, или не.

Постигната сложност:  $O(2^N)$ .

### Подзадача №3

В тази подзадача трябва да се провери минималната сума при обръщане на само един от суфиксите и да се свери с първоначалната сума на числата.

Постигната сложност:  $O(N)$ .

### Подзадача №4

Може да се забележи, че чрез обръщане на два суфикса може да се обърне един подмасив. Търси се подмасива с максимална сума чрез префиксни суми и се обръща.

Постигната сложност:  $O(N)$ .

#### Подзадача №4

В следващите подзадачи, включително тази, решението е с динамично оптимизиране. Нека разгледаме динамичното със слендия стейт:

$f(index, flipped)$

Функцията връща минималната сума за префикс  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{index}$ , с точно  $flipped$  обръщания към момента.

Подходът за отговаряне на ДП-то за тази подзадача е следният:

- Нека следващото обръщане да е на суфикс с начало  $i$  ( $index \leq i \leq N$ ), тогава:
  - Ако  $flipped$  е четно, то числата на позици от  $index$  до  $i - 1$  няма да са си променили знака, следователно минималният отговор при следващ обърнат суфикс с начало  $i$  е  $sum(index, i - 1) + f(i, flipped + 1)$ .
  - Ако  $flipped$  е нечетно, то числата на позици от  $index$  до  $i - 1$  ще са си променили знака, следователно минималният отговор при следващ обърнат суфикс с начало  $i$  е  $-sum(index, i - 1) + f(i, flipped + 1)$ .

Разглежда се четността на  $flipped$ , защото както поясних, две обръщания са равни на нула.  $sum(l, r)$  е сумата на числата от  $l$  до  $r$  в редицата (при  $l \leq r$ , в противен случай сумата е 0). Отговарянето на тази функция може да се постигне чрез префиксни суми.

Постигната сложност:  $O(N^2K)$ , с уговорката, че ако е по-бързо, решението работи със сложност  $O(N^K)$ .

#### Подзадача №5

В тази подзадача, динамичното ще има същият стейт, но ще се търси оптимизация на отговарянето. Няма нужда да се търси следващ суфикс, който да се обърне, достатъчно е да се разгледат два случая:

- Обръщане на суфикса с начало  $index$ 
  - Ако  $flipped$  е четно, то с обръщане на текущия суфикс ще се обърне знакът на  $a_{index}$ , следователно отговорът е  $-a_{index} + f(index + 1, flipped + 1)$ .
  - Ако  $flipped$  е нечетно четно, то с обръщане на текущия суфикс ще се върне знакът на  $a_{index}$ , следователно отговорът е  $a_{index} + f(index + 1, flipped + 1)$ .
- Необръщане на суфикса с начало  $index$ 
  - Ако  $flipped$  е четно, то не е обърнат знакът на  $a_{ix}$ , следователно отговорът е  $a_{index} + f(index + 1, flipped)$ .

- Ако *flipped* е нечено, то е обърнат знакът на  $a_{ix}$ , следователно отговорът е  $-a_{index} + f(index + 1, flipped)$ .

Постигната сложност:  $O(NK)$ .

Но вие бихте попитали, защо това решение не носи пълен брой точки.

Отговорът: Memory limit.

### Подзадача №6

В тази подзадача се търси само оптимизация на паметта. Тъй като за отговаряне на динамичното се гледат само отговорите за следващата позиция, поради което няма нужда да се пазят отговорите за  $index + 2, index + 3, index + 4, \dots$

Таблица на динамичното за  $N = 6, K = 3$

1						
2						
3						
	1	2	3	4	5	6

За  $index = 4$  е нужно да се пазят само клетките, оцветени в синьо.

За  $index = 1$  е нужно да се пазят само клетките, оцветени в зелено.

По този начин може да се пазят само  $2 \times K$  клетки. В авторовото решение се отговаря отзад напред, като в  $dp_1$  се пазят отговорите за колоната с нечетен  $index$ , а в  $dp_0$  – с четен. За повече информация по имплементацията, може да го погледнете.

Автор: Борис Михов