# Анализ

Нека разгледаме графа на възможните скокове на коня между полетата. От тук нататък ще става дума за този граф а не за таблицата.

Едно важно и лесно наблюдение е че този граф е двуделен.

Оказва полезно да мислим първо за *K*=1. За по-големи стойности на *K* разсъжденията се оказват аналогични.

Разглеждайки случая *K*=1, следните 2 наблюдения са очевидни: всеки връх (т.е. всяко достъпно поле на шахматната дъска, на което може да попадне конят) трябва да бъде обстрелян поне веднъж (иначе конят може просто да си стои там) и няма полза да се обстрелва връх повече от 2 пъти (1 изстрел да го "изгоним" от там, ако е там, и 1 изстрел да го унищожим, ако е скочил на това поле).

Така задачата се свежда до това да намерим такова обстрелване, че минимален брой достъпни клетки (върхове на графа) да бъдат обстреляни 2 пъти.

Можем да забележим, че клетките които удряме само веднъж, трябва да имат съседи само клетки които удряме 2 пъти (веднъж преди удара на текущата и веднъж след). Това означава, че множеството от клетки, които трябва да ударим 2 пъти трябва да покрива целия граф чрез съседните си ребра. И искаме това множество да е минимално. Това е задачата *minimal vertex cover*. В общия случай тя няма полиномиално решение, ***но графът, който сега разглеждаме, е двуделен***.

Следва описание на решението на minimal vertex cover за двуделен граф.

Изискването, че трябва да покрием всяко ребро от естествено ни води до една долна граница на броя върхове в покритието - максималния matching в графа. Защо? Ами максималното съчетание представлява максимално множество от независими ребра. Върху всяко независимо ребро трябва поне единият от двата му края да бъде избран, за да бъде покрито. *От тук следва, че броят върхове в покритието е поне толкова, колкото е броят ребра в максималното съчетание*.

***Оказва се, че тази бройка е достатъчна***. Защо? На този въпрос може да се отговори и конструктивно, просто трябва да се избере по един връх от всяко ребро от съчетанието, така че да се покрие целият граф. Аз обаче ще използвам друг подход, който улеснява разсъжденията. Ще използвам известния факт, че максималният поток е равен на минималния разрез. Ако разгледаме минималния разрез на графа с добавени source и sink, той ще изглежда като ребра от source към единия дял на графа и ребра от другия дял на графа към sink. Точно тези върхове към които отиват тези ребра от разреза ще изберем за покритие. Тогава ако има непокрито ребро, се оказва че минималния разрез всъщност не е разрез и има път от source до sink. Затова размера на minimal vertex cover съвпада с размера на maximal matching за двуделни графи, а кои са самите върхове можем да извлечем от метода на доказване (той е конструктивен).

Така може да намерим върховете които трябва да обстреляме 2 пъти с поток за време O(N*M*sqrt(N*M)) използвайки алгоритъма на Диниц. Нека множеството от тези върхове е C. Тогава решението ни е да обстреляме върховете от C, после да обстреляме върховете от V\C (V е множеството на всички върхове на графа) и накрая пак да обстреляме всички върхове от C.

Това разсъждение беше за *K*=1. Какво става за по-голямо K? Аналогичните разсъждения водят до това, че върховете трябва да бъдат обстреляни поне (K+1)/2 пъти и не повече от (K+3)/2. (Интересно е, че за четно *K* остава само 1 възможна бройка за удари). И подобно, тези които биват обстрелвани (K+3)/2 пъти (закръглено надолу) трябва да формират покритие. И тогава резултатът се получава редувайки изстрели по C и V\C.

*Автор: Иво Дилов*