АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО
НА ЗАДАЧА КОЛЕДАРИ

Нека са дадени N, K ($K \leq N$) и $a_1, a_2, a_3, \dots a_n$. Тогава имаме следните няколко случая:

Случай 1: Ако поне едно от числата $a_1, a_2, a_3, \dots a_n$ се дели точно на K, то това е решение и можем да отпечатаме номера на тази къща.

Случай 2: Нека няма нито едно число измежду $a_1, a_2, a_3, \dots a_n$, което да се дели точно на K. Тогава ще докажем, че съществува подредица $a_i, a_{i+1}, a_{i+2}, \dots a_j$ от числа такава, че нейната сума се дели точно на K.

Нека да разгледаме всички подредици на дадената редица: (a_1), (a_1, a_2), (a_1, a_2, a_3), …$(a_1, a_2, a_3, \dots a_n)$, които са точно N на брой. Ако вземем остатъка при деление на K, на сумата на всяка една от тези подредици, ще получим N числа и всяко ще е в интервала от $[0, K\text{-}1]$. Ако някой от тези остатъци е равен на 0, то ние сме намерили решение (подредицата, чиято сума се дели точно на K).

Ако няма остатък, който да е равен на K, то нека да помислим какви остатъци сме получили. Имаме N подредици и $K\text{-}1$ възможни остатъка и знаем, че $K \leq N$. Следователно от принципа на Дирихле следва, че сме получили поне два остатъка, които са равни. Нека редиците $(a_1, a_2, \dots a_i)$ и редицата $(a_1, a_2, \dots a_j)$ имат суми, които при деление на K се получава един и същ остатък и $i < j$. Тогава лесно можем да видим, че сумата на числата от редицата $(a_{i+1}, a_{i+2}, \dots a_j)$ ще има остатък 0 при деление на K.

Автор: Михаил Ковачев