АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО
НА ЗАДАЧА ЦИКЛИЧЕН МАРАТОН

За по-просто можем да си мислим, че състезателите бягат по права линия – например, положителната половина на оста на реалните числа, като Старт-Финалната точка е в нулата на оста. Нека приемем че бягането се извършва във времето така, че стартът на състезанието е в нулата на времевата ос. Според зададеното в задачата, всеки от бягащите извършва равномерно праволинейно, въпреки че бяга по кръга, движение със зададената скорост s, започващо в точката с координата d. Затова, в определен момент на времето $t \geq 0$, състезателят ще се намира в точката с координата $d + st$. Да пресметнем, кога състезателят с номер i, започващ състезанието в точката с координата d_i ще настигне състезателя с номер i + 1, започващ състезанието в точката с координата d_{i+1}, $d_i < d_{i+1}$, при условие, че скоростта s_i на първия е по-голяма от скоростта s_{i+1} на втория. Това ще се случи тогава, когато състезателят с номер i се намира в една и съща точка със състезателя с номер i + 1, т.е.

$$d_i + s_i t = d_{i+1} + s_{i+1} t$$

или

$$(s_i - s_{i+1})t = d_{i+1} - d_i ,$$

т.е. в момента $t = (d_{i+1} - d_i)/(s_i - s_{i+1})$. Затова първата стъпка на алгоритъма е да намери всички такива двойки (r_i, r_{i+1}) от състезатели със съседни състезателни номера, за които $s_i > s_{i+1}$ и да се пресметнат моментите от времето в които състезателят с номер i ще настигне състезателя с номер i + 1. Заради бягането по кръг, трябва да проверим дали няма да има застигане при още една двойка – на състезателя с номер N и състезателя с номер 1, но смятайки че състезателя с номер 1 започва не от точката с координати d_1, а от точката с координати $L + d_1$, където L е дължината на кръга.

Преди да започнем да симулираме самото състезание трябва да си осигурим, че във всеки момент знаем кого преследва състезателят с номер i. За целта, в началото създаваме циклически свързан списък, в i –тия елемент p_i на който записваме i + 1, тъй като състезателят с номер i в началото преследва състезателя с номер i + 1. Разбира се, заради бягането по кръг $p_N = 1$. Освен това отбелязваме с 1 масив всеки състезател като присъстващ в състезанието.

Основен момент в алгоритъма и следващата стъпка, при която подреждаме пресметнатите времена на възможно застигане, заедно с номерата на двамата бегачи a и b за които се отнася застигането в двоична пирамида с ненамаляващи стойности на времената. По този начин, първото застигане ще се окаже на върха на пирамидата.

Последната фаза на алгоритъма е симулирането на самото елиминиране. Поглеждаме елемента който е на върха на пирамидата и:

- Ако състезателят a в елемента (k,a,b), който е на върха на пирамидата вече елиминиран – изтриваме върха на пирамидата по обичайния начин – замествайки го с последния елемент и възстановявайки пирамидалното свойство, защото от тази двойка не може да произтече изпреварване. Очевидно е, че не е възможно a да е още в състезанието, а b да е елиминиран;
- Ако и двамата състезатели от двойката (a,b) са още в състезанието, застигнатият състезател b ще бъде елиминиран и ще бъде отбелязан като елиминиран. След това:
    - = ако преследваният от b състезател p_b още се състезава и скоростта на a е по-голяма от скоростта на p_b, тогава преследван от a състезател става p_b, пресмятаме времето k, когато a ще настигне новия p_a, заместваме върха на пирамидата с тройката (k,a,p_a) и възстановяваме пирамидалното свойство;
    - = ако горните условия не са изпълнени – просто изтриваме записа от върха на пирамидата.

Изпълняваме описаните елиминационни стъпки докато пирамидата се изпразни. Тогава, всички неотбелязани като елиминирани до момента състезатели се обявяват за победители.

Автор: Красимир Манев