АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ОРБИТА

Да разгледаме случая с една звезда. Очевидно, ще имаме решение с две точки, отдалечени на разстояние $2*R$ - точките, които са краища на диаметър, перпендикулярен на отсечката, която свързва Земята и едната звезда. Сега да разгледаме как изглежда функцията на осветеност от една звезда спрямо точка от окръжността. Да забележим, че всяка точка от окръжността е дефинирана чрез полярния ъгъл x като $(R*\cos x, R*\sin x)$. Имаме функция $F : [0, 2*PI) \to R : F(x) = L_i / (r(x)*r(x)*PI*4)$, където $r(x)$ е разстоянието между точката $(R*\cos x, R*\sin x)$ и звездата. Тъй като функцията на разстоянието е непрекъсната, то и функцията F е непрекъсната. В общия случай, ще имаме много подобни функции и, за да образуваме функцията от условието, ще трябва да вземем техния максимум. Очевидно, максимума на непрекъснати функции е непрекъсната функция. Да означим функцията от условието с $f(x)$. Търсим две точки, съответстващи на ъгли x, y, такива че $f(x) = f(y)$.

Твърдение: винаги ще имаме решение, където двете точки са на разстояние 2*R една от друга. Тоест, две точки x, y, че $f(x) = f(y)$ и $|x-y| = PI$. Да разгледаме функцията $g(x) = f(x) - f(x+PI)$, $g : [0,PI] \to R$. Ако $g(0) = 0$, тогава решение са точките, съответстващи на ъгли 0 и PI $(f(0) = f(PI))$. Ако $g(0) > 0 \Rightarrow g(PI) = -g(0) < 0$. Тъй като g е разлика на непрекъснати функции, g е непрекъсната функция. Следователно, има точка x между 0 и PI, такава че $g(x) = 0$. Ако $g(x) = 0$ за някое x, ние сме намерили решението. Това са точките, съответстващи на ъгли x и $PI + x$.

Намирането на точка x, такава че $g(x) = 0$ става чрез двоично търсене:винаги пазим интервал $[l, r]$, такъв, че $g(l)$ и $g(r)$ имат различен знак. Ако у средата на интервала, $m = (l+r)/2$ $g(l)=0$ с необходимата абсолютна или релативна грешка, ние сме намерили решение. Иначе, ще можем да намалим интервала наполовина. След известен брой стъпки (до 100), ще смалим интервала достатъчно, че да гарантирам решение с необходимата точност.

Автор: Йордан Чапъров