АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
ИГРА С КАЛКУЛАТОР

Задачата не може да се реши напълно с моделиране на описаното в условието. Не е очевидно и при какви стойности на *К* число от еднакви цифри не може да се построи никога. Съществуват примери, при които дължината на числото с еднакви цифри надвишава 100 цифри.

<u>Решаваме следната задача:</u> Да се намери минималното число от вида: $ddd\ldots d$ (d - цифра от 1 до 9), което се дели на K без остатък. Фиксираме тази цифра d и разглеждаме последователност от остатъците по модул K на числата, състоящи се от j на брой цифри d ($m_{d,j}$). Първият член на тази последователност е $m_{d,1} = d \% K$ (% означава операция за намиране остатък от делението). Да представим числото, състоящо се от j цифри d чрез числото, състоящо се от j-1 цифри d:

$$\underbrace{ddd\ldots d}_{j \text{ пъти}} = \underbrace{ddd\ldots d}_{j-1 \text{ пъти}} * 10 + d$$

Да изразим $m_{d,j}$ чрез $m_{d,j-1}$:

$$m_{d,j} = (m_{d,j-1} * 10 + d) \% K$$

При фиксирано d, стойностите на елементите в безкрайната редица $m_{d\,1}$, $m_{d\,2}$, $m_{d\,3}$, ... могат да бъдат само цели числа от 0 до K–1. Освен това, ако някое от тези стойности се повтори в редицата, след него ще започнат да се повтарят последователно и следващите стойности. Следователно редицата е периодична, с период не по-дълъг от K елемента.

Следва, че е достатъчно да разглеждаме 9*K числа: пресмятаме $m_{d,j}$ при всички стойнпсти на $d = 1...9$ и $j = 1\ldots K$. Съгласно ограничението на задачата, тези числа не са повече от 9*999 < 10 000. Ако никое от тях не се получи 0, то целта е недостижима. Ако се получи 0 – тогава избираме нулево $m_{d,j}$, за което j е минимално, и ако j-тата на два нулеви елемента съвпадат, избираме минимално d. Отговорът на задачата ще бъде точно d и j на този елемент.

Автор: Зорница Дженкова