

## АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА РАЗЛИЧНИ ЦИФРИ

Зад сравнително дългото условие на задачата се крие относително лесна задача дори за предвидената С група. Трябва да направим две лесни наблюдения за да можем да я решим. Първото от тях е – защо ограниченията за А и В са толкова невъобразимо големи (до  $10^{100}$ )? Отговор: за заблуда. Реално едно число не може да има повече от 10 цифри за да е съставено само от различни десетични цифри. Така най-голямото такова число е 9876543210, което е малко под 10 милиарда. Тоест реалните ограничения за А и В са до  $10^{10}$  вместо до  $10^{100}$ . Въпреки всичко, ако просто решим да обходим всички числа в интервала и да проверим колко от тях са съставени само от различни цифри, решението ще бъде твърде бавно. Всъщност това е най-простото решение и за него са предвидени около 30 точки (може би малко повече). Все пак – само десет цифри? Нека разгледаме интервала  $A = 1000000000$ ,  $B = 9999999999$  (тоест всички числа с 10 цифри). Колко числа в него са от вида, който търсим? Оказва се, че всички пермутации на цифрите от 0 до 9 без тези от тях, които започват с 0. Тоест  $10! - 9! = 3628800 - 362880 = 3265920$ . Едва малко над 3 милиона числа! Нещо повече, абсолютно всички такива естествени числа без нулата (тоест в интервала  $(1, 10^{100})$ ) са едва 8877690. Тоест около 10 милиона. Тяхното просто генериране чрез рекурсия (или STL-ската функция `next_permutation()`) биха били достатъчно бързи за да влязат спокойно в дадения Time Limit. Затова можем просто да ползваме рекурсивно решение, което приема като аргумент едно единствено число, което на всяка стъпка умножава по 10 и събираме с все още неизползвана в него цифра. Кога спираме рекурсията? Когато текущото ни число стане по-голямо от горната граница (която, както казахме, е най-много  $10^{10}$ ). Тъй като генерираме само числа от вида, който ни интересува, ще направим приблизително 10 милиона извиквания на рекурсията (колкото е отговора на задачата), тоест сложността на представения алгоритъм е линейна по отговора (тоест  $O(ans)$ , където  $ans$  е отговорът за дадения вход). Разбира се, не трябва да забравяме е да ползваме 64 битови числа (`long long`) и да четем входа по подходящ начин. Това може да стане като прочетем двете числа като стрингове, и ако са по-дълги от 10 символа да ги ограничаваме до  $10^{10}$ . Рекурсивната функция би могла да изглежда по следния начин:

```
int vis(10);
long long A, B;
int recurse(long long num)
{
    if (num > B) return 0;
    long long ans = (num >= A && num <= B);
    for (int dig = !num; dig < 10; dig++) if (!vis(dig))
    {
        vis(dig) = 1;
        ans += recurse(num * 10 + dig);
        vis(dig) = 0;
    }
    return ans;
}
```

Автор: Александър Георгиев