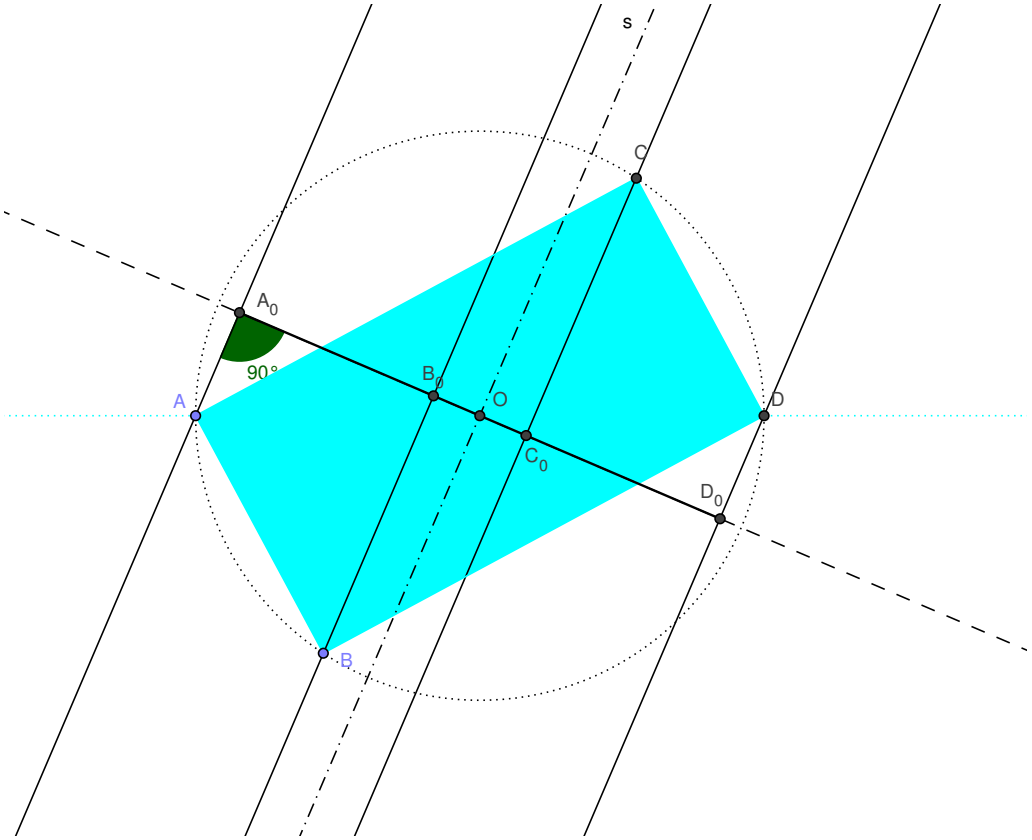
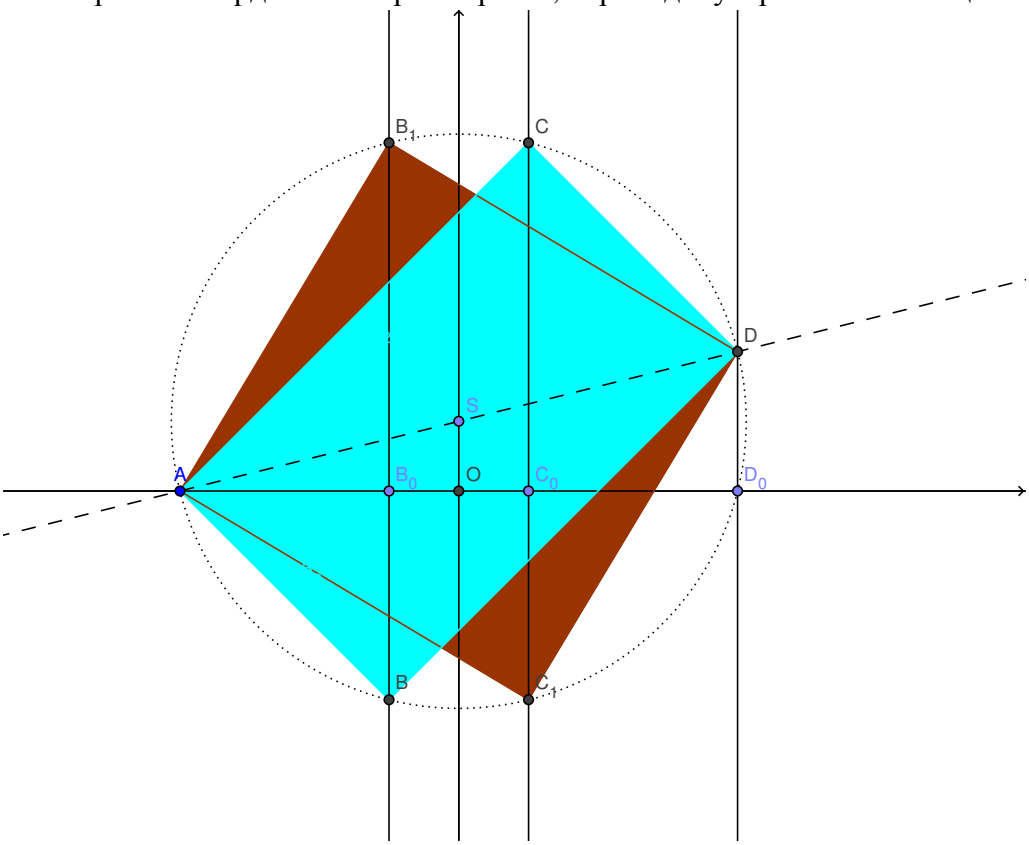
АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ABCD



През върховете на правоъгълник ABDC са построени успоредни прави. Да означим с O пресечната точка на диагоналите на ABDC. Фигурата е централно симетрична относно O. Ако разгледаме правата през O, перпендикулярна на успоредните прави, то A_0 е първообраз на D_0, а B_0 – на C_0, т. е. $A_0O=D_0O$ и $B_0O=C_0O$, следователно $A_0B_0=C_0D_0$ е необходимо условие за съществуването на тази конфигурация, т. е., няма решение при $p\neq r$. Ако построим описаната около ABDC окръжност с точките на пресичане с успоредните прави, ще забележим и осевата симетрия на фигурата относно оста s, минаваща през O и успоредна на четирите успоредни прави. Тези разсъждения правят много подходящ следния избор на координатна система: права s за ордината и права през A, перпендикулярна на s за абсциса. Без ограничение на общността можем да считаме т. A за неподвижна, а цялата конфигурация е еднозначно дефинирана от положението на центъра (тук означен с S) на правоъгълника върху абсцисата. Разбира се, няма смисъл да разглеждаме S и под абсцисната ос – ще получим еквивалентно решение. Няма смисъл да разглеждаме и двата възможни правоъгълника ADC и ADB_1, защото C и B_1 са с еднакви ординати, но B_1 е „по-наляво" от C и лицето на ADB_1 е по-голямо от това на ADC (една и съща основа AD и съответно съотношение на височините).



Интересуваме се, следователно, от удвоеното лице на триъгълник ADC при нарастването на ординатата на S, започвайки от 0 в положителна посока. Ако означим ординатата на S с t, координатите на върховете на този триъгълник са: A(-p-q/2,0), D(p+q/2, 2t) и C(q/2, y), където y (ординатата на C) е подчинена на условието $CA\perp CD$, т.е. $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DC}=0$ или все едно $(q/2+p+q/2)(q/2-p-q/2)+y(y-2t)=0 \Leftrightarrow y^2-2ty-p(p+q)=0$ (интересува ни

положителният корен $y = t + \sqrt{t^2 + p(p+q)}$). Тези разсъждения са подходяща основа за реализация на търсене на минимума по t. Ако се направят достатъчно наблюдения на резултати или съответните математически изчисления, не е трудно да се види, че търсеният минимум (когато конфигурацията съществува) е 2p(p+q).

Реализация 1:

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
typedef struct
{double x,y;
} Point;
double p,q,r;
double round(double d)
{return floor(10000*d+0.5)/10000;
}
double AreaX2(Point A, Point B, Point C)
{return fabs((A.x-C.x)*(B.y-A.y)-(A.x-B.x)*(C.y-A.y));
}
double minArea(double eps)
{
  Point A,D,C;
  double m,s,t=0,st=1;
  A.x=-p-0.5*q;A.y=0;
  D.x=p+0.5*q;D.y=0;
  C.x=0.5*q;C.y=sqrt(p*(p+q));
  do
  {m=AreaX2(A,D,C);
   do
   {t+=st;
    D.y=2*t;
    C.y=t+sqrt(t*t+p*(p+q));
    s=AreaX2(A,D,C);
    if (s<m) m=s;
    else break;
   }while (true);
   t=max(0.0,t-2*st);
   st/=10;
   if (st<eps) return m;
   D.y=2*t;
   C.y=t+sqrt(t*t+p*(p+q));
  }while (true);
}
int main(void)
{
  cin>>p>>q>>r;
  if (p!=r) {cout<<0<<endl; return 0;}
  cout.setf(ios::fixed,ios::floatfield);
  cout.precision(4);
  cout<<round(minArea(0.00001))<<endl;
  return 0;
}
```

Реализация 2:

```
#include <iostream>
using namespace std;
double p,q,r;
int main(void)
{
  cin>>p>>q>>r;
  if (p!=r) cout<<0<<endl;
```

```
  else {cout.setf(ios::fixed,ios::floatfield);
        cout.precision(4);
        cout<<2*p*(p+q)<<endl;
       }
  return 0;
}
```

Автор: Павлин Пеев