

Задача A1. Стари карти

Картите, които не са в електронен вид вече се смятат за стари. Те съдържат вярна и може би пълна информация, но за какво може да се използва карта, която дори няма търсачка? А без автоматично намиране на пътища, картата е напълно неизползваема за съвременните потребители. За нещастие, старите карти представят данните в много неудобен вид на огромна картина, която е пълна с излишна и неизползваема информация. Единствената съществена информация са градовете и пътищата между тях. Известно е, че между всеки два града съществува или директен път, или път, минаващ през няколко други града. Всеки път има фиксирана дължина, като между два града може да има най-много един пряк път. Ако такъв съществува в едната посока, то съществува и пряк път със същата дължина в другата посока.

Единствената надеждна информация, която може да се вземе в електронен вид от стара карта, е таблица с минималните разстояния между всеки два града. Градовете са безкрайно малки и когато преминават през град, се счита, че изминават 0 км.

Входните данни започват с ред, съдържащ числото N – броя на градовете ($3 \leq N \leq 500$). На следващите N реда има по N числа. j -тото число на i -тия ред е разстоянието от град i до град j и нека го означим с D_{ij} ($1 \leq i, j \leq N$). Знаем, че $0 < D_{ij} = D_{ji} \leq 1000000$. Също така $D_{ii} = 0$.

Вашата програма **MAPS** трябва да отпечата описание на всички преки пътища, съществуващи на картата, ако е известно, че техният брой е минимален. Описанието на всеки път трябва да бъде отпечатано на отделен ред и трябва да съдържа три числа, разделени с интервал – двата града, свързани с пътя и разстоянието между тях. Тъй като старата карта е надежден източник на информация – задачата винаги ще има решение.

Примерен вход 1:

```
3
0 10 20
10 0 30
20 30 0
```

Примерен изход 1:

```
1 2 10
1 3 20
```

Примерен вход 2:

```
3
0 10 20
10 0 25
20 25 0
```

Примерен изход 2:

```
1 2 10
1 3 20
2 3 25
```

Решение:

Ако разгледаме градовете като върхове, а пътищата като ребра, можем да решим задачата в термините на крайни неориентирани графи.

В задачата разполагаме с матрица на разстоянията между всяка двойка върхове в граф G , който обаче е неизвестен. Нека означим тази матрица с $D(G)$. От нея елементарно може да се построи пълен граф P , чиято матрица $D(P) = D(G)$, като между всеки два върха поставим ребро с дължина равна на разстоянието между тях в матрицата. Първо забелязваме, че G е подграф на P – т.е. те имат едни и същи върхове и ако едно ребро е от G , тогава то е и от P . Това е така, защото за ребро от G , (a, b) , свързващо върха a с върха b е изпълнено, че разстоянието между двата върха е точно равно на дължината на това ребро и следователно това е ребро и от P (ако допуснем, че реброто е по-късо, то разстоянието би било по-малко, а ако допуснем, че реброто е по-дълго, тогава то би било излишно и това противоречи с минималния брой ребра в G).