

## Оперираща машина

Това е интерактивна задача. Има скрита пермутация  $P$  с големина  $N$ , съдържаща всички цели числа в интервала  $[0, N)$ , и целочислена променлива  $X$ , която в началото е със стойност 0.

Разполагате с машина с  $N$  бутона. Вие ще взаимодействате с журито като натискате бутона. Когато натиснете  $i$ -тия бутон, то машината ще добави  $2^{P[i]}$  към  $X$  и след това ще върне **popcount** на  $X$  (броят на 1-ците в двоичното представяне на  $X$ ).

Вашата задача е да определите скритата пермутация  $P$ .

**Бележка:** Скритата пермутация е фиксирана и не се променя в зависимост от вашите заявки.

### Детайли по имплементация

- Включете хедърния файл `machine.h`.
- Имплементирайте функцията със следния формат: `vector < int > find_permutation(int N);` - тя трябва да върне вектор с големина  $N$ , задаващ скритата пермутация  $P$ .
- Може да използвате функцията със следния формат: `int press_button(int position);` - тя приема целочислен параметър `position` в интервала  $[0, N)$ , задаващ индекса на бутон, който натискате. Функцията ще върне положително цяло число, което задава **popcount**-а на  $X$  след натискане на бутона.

### Оценяване

Нека  $T$  е броят на извикванията на `press_button`:

- Ако  $T \leq Q$  и сте спазили всички изисквания по-рано, то ще получите всички точки за подзадачата (погледнете таблицата по-долу за  $Q$ ).
- В противен случай ще се счита, че имате **Wrong Answer**.

## Подзадачи

Подзадача	Точки	Допълнителни ограничения
1	8	$N = 2, Q = 400\,000$
2	15	$N \leq 10, Q = 400\,000$
3	32	$N \leq 500, Q = 400\,000$
4	25	$N \leq 3\,000, Q = 400\,000$
5	20	$N \leq 3\,000, Q = 250\,000$

## Локален грейдър

Локалният грейдър чете входа в следния формат:

**Вход 1:**  $N$

**Вход 2:**  $P[0], P[1], \dots, P[N - 1]$

Тук  $P$  е пермутация с големина  $N$ , описваща скритата пермутация, която вашата програма трябва да познае.

Преди извикването на `find_permutation`, локалният грейдър ще провери дали векторът  $P$  е пермутация. Ако това не е така, то ще се отпечата съобщение "Vector P is not a permutation" и програмата ще завърши.

Ако локалният грейдър засече нередност (protocol violation на системата), то изходът на локалния грейдър ще е `Protocol Violation: <MSG>`, където `<MSG>` ще е едно от следните съобщения за грешка:

- **Invalid guess:** ако сте направили извикване на функцията `press_button`, при което индексът не е валиден, т.е. опитвате се да натиснете бутон  $L$  и  $L$  е по-малко от 0 или по-голямо или равно на  $N$  (големината на пермутацията).
- **Invalid size:** ако големината на върнатата пермутация не е равна на големината на пермутацията  $P$ .
- **Not a permutation:** ако върнатият вектор не е пермутация на числата от интервала  $[0, N)$ .

В противен случай, нека  $A$  е пермутацията, която Вие сте върнали. Тогава ще получите:

- **Ред 1: Wrong Answer**, ако  $A$  не съвпада с  $P$ , а в противен случай **Accepted**.
- **Ред 2:**  $A[0], A[1], \dots, A[N - 1]$
- **Ред 3:** броят на извикванията на `press_button`.

## Пример

Нека разгледаме случая, при който  $N = 5$  и скритата пермутация е  $P = [4, 2, 0, 1, 3]$ .  
Функцията `find_permutation` се извиква по следния начин:

```
find_permutation(5)
```

Нека приемем, че тази функция прави следните извиквания на `press_button`:

Извикване	Стойност на $X$	Върната стойност
<code>press_button(3)</code>	2	1
<code>press_button(2)</code>	3	2
<code>press_button(0)</code>	19	3
<code>press_button(2)</code>	20	2

Стойността на  $X$  по време на изпълнението е неизвестна за нас; ние можем само да използваме върнатите стойности от всяко извикване, което представлява **popcount**-а на текущия  $X$ .

След като намерим скритата пермутация (използвайки няколко, възможно е и нула, извиквания на `press_button`), трябва да върнем тази пермутация.

За този пример, ще получим точки само ако върнем  $[4, 2, 0, 1, 3]$  и в зависимост от броя на извикванията на функцията `press_button`.